Supposons que f est une symétrie axiale

donc $f \circ f = Id_P$ (l'identité du plan)

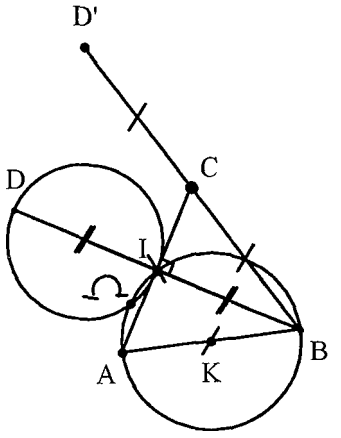
D'où $f \circ f(B)=B \Leftrightarrow f[f(B)]=B$

$\Leftrightarrow f[A]=B \Leftrightarrow C=B$ impossible

Donc notre supposition est fausse

et par suite f est une symétrie glissante.

Désignons par $\vec{u}$ le vecteur de f et par Δ son axe.



$$\bigstar \begin{cases} f(B)=A \\ f(A)=C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A * B=K \in \Delta \\ A * C=I \in \Delta \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta = (IK)$.

$\bigstar f \circ f = t_{2\vec{u}}$ or de plus $f \circ f(B)=C \Rightarrow 2\vec{u} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

On remarque que $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IK}$ car $I = A * C$ et $K = A * B$

Conclusion : f est une symétrie glissante d'axe $\Delta = (IK)$ et de vecteur $\overrightarrow{IK}$.

c- D est le symétrique de B par rapport à I $\Leftrightarrow I = D * B$

$\Rightarrow$ ABCD est un parallélogramme (car on a déjà $I = A * C$)

$f \circ f(A) = t_{\overrightarrow{BC}}(A)$ car $f \circ f = t_{\overrightarrow{BC}}$

$\Leftrightarrow f(C) = D$ car $f(A)=C$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ puisque ABCD est un parallélogramme.

d- $f \circ f(C) = f(D) = D' \Rightarrow \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{BC}$ car $f \circ f = t_{\overrightarrow{BC}}$

$\Leftrightarrow C = D' * B$

$\Leftrightarrow D'$ est le symétrique de B par rapport à C.

2/a- $g(A) = B$ et $g(I) = D$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{BD}{AI} \text{ est le rapport de g} \\ \widehat{\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{DB}\right)} \text{ est une mesure de l'angle de g} \end{cases}$$

- $\frac{BD}{AI}=2\frac{BI}{AI}=2\text{tg}\left(\widehat{IAB}\right)=2\text{tg}\frac{\pi}{3}=2\sqrt{3}$ car IAB est rectangle en I.
- $\widehat{\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{DB}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{DB}\right)} [2\pi] \equiv \frac{\pi}{2} + 0 [2\pi]$

Conclusion : g est d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport $2\sqrt{3}$.